6П

УДК 004.896

Н.Е. Попов
Государственный университет информатики и искусственного интеллекта,
г. Донецк, Украина
mykola.popov@gmail.com

Стохастическая модель системы перемещения робота

Рассматривается механическая часть системы перемещения робота со стохастической нелинейностью и упругими связями, движение которой носит пульсирующий характер. Показана возможность исследования данной системы как объекта стабилизации со случайной структурой.

В качестве объекта рассматривается механическая система (например, исполнительная система робота), осуществляющая перемещение рабочего органа в случайной среде с помощью гибкого тягового органа (каната или цепи) путем скольжения по направляющим (рис. 1). **Цель работы** – стабилизация движения системы как объекта со случайной структурой.

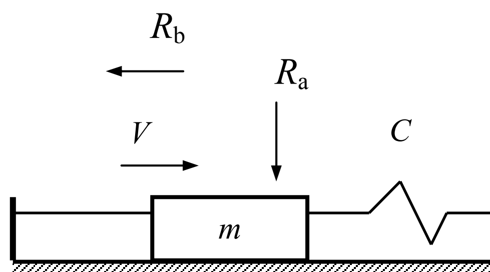


Рисунок 1 – Механическая схема объекта

Приводом объекта является электрический или гидравлический двигатель заданной мощности с жесткой механической характеристикой. Нагрузка, образующаяся на рабочем органе в результате его взаимодействия со случайной средой, представляет собой стационарный случайный процесс и по отношению к процессу перемещения может быть разложена на вертикальную $R_a(t)$ и горизонтальную $R_b(t)$ составляющие (рис. 1):

$$\begin{cases} R_a(t) = \tilde{k}_a(t)V(t); \\ R_b(t) = \tilde{k}_b(t)V(t), \end{cases} \tag{1}$$

где $\tilde{k}(t)$ – коэффициент преобразования, учитывающий случайные свойства внешней среды; $V(t)$ – мгновенная скорость перемещения объекта.

Причем, $\tilde{k}_a(t)$ и $\tilde{k}_b(t)$ являются стационарными случайными процессами и статистически не зависят от $V(t)$.

При угле наклона направляющих, равном нулю, уравнение движения имеет вид:

$$m\dot{V}(t) + C\int_0^t V(t)dt + \left[\tilde{k}_a(t)\mu(V) + \tilde{k}_b(t)\right] V(t) = C\int_0^t V_0(t)dt - mg\mu(V). \tag{2}$$

В работах [1], [2] проведен анализ данной системы при аппроксимации экспериментально полученной кривой трения выражением вида:

$$\mu(V) = b_0 + b_1 V + b_2 V^2 + b_3 V^3. \tag{3}$$

В указанных работах механическая система рассматривалась как объект стабилизации движения со стохастической нелинейностью и случайными параметрами. При этом было показано следующее. Во-первых, исследование объекта без нарушения качественных характеристик изменения управляемой переменной можно проводить в режиме холостого хода. Во-вторых, аппроксимация исходной кривой трения выражением

$$\mu(V) = \begin{cases} \mu_П - aV, \; 0 \le V < V_{КР}; \\ \mu_{ДВ} + a(V - V_{КР}), \; V \ge V_{КР}, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{\mu_П - \mu_{ДВ}}{V_{КР}}; \\ a_2 = \dfrac{\mu(V) - \mu_{ДВ}}{V - V_{КР}} \end{cases} \tag{5}$$

также не сказывается на качественных и количественных характеристиках выходной переменной. В-третьих, применение моделей (4) и (5) позволяет в общем случае отнести исследуемую систему к классу объектов со случайной структурой.

Учитывая возможность исследования объекта в режиме холостого хода, положим $R_a(t) = 0$ и $R_b(t) = 0$. Тогда уравнение (2) примет вид:

$$m\dot{V} = C\int_0^t (V_0 - V)dt - mg\mu(V), \tag{6}$$

Совместный анализ формул (4) и (5) и уравнения (6) позволяет рассматривать данный объект как динамическую систему с переменной структурой. Действительно, при $V < V_{кр}$ «работает» подсистема ПС1, описываемая уравнением

$$m\dot{V} = C\int_0^t (V_0 - V)dt - mg(\mu_П - a_1 V). \tag{7}$$

а при $V \ge V_{кр}$ – подсистема ПС2, описываемая уравнением

$$m\dot{V} = C\int_0^t (V_0 - V)dt - mg[\mu_{ДВ} + a_2(V - V_{КР})]. \tag{8}$$

В работе [2] показано, что подсистемы ПС1 и ПС2 описываются передаточными функциями вида:

$$W_1(s) = \frac{V(s)}{V_0(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 - 2\xi_1 Ts + 1}, \tag{9}$$

$$W_2(s) = \frac{V(s)}{V_0(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi_2 Ts + 1}. \tag{10}$$

Известно [3], что основным элементом систем с переменной структурой является блок изменения структуры (БИС). Этот элемент системы задает такую логическую пос-

ледовательность переключения структур, при которой используются полезные свойства каждой из них и тем самым формируются новые свойства, не присущие ни одной из используемых структур. Особенность рассматриваемого объекта заключается в том, что здесь смена структуры происходит не под действием некоторого управляющего сигнала, а является «естественным» свойством самого объекта.

С учетом сказанного алгоритм работы БИС имеет вид:

$$h_1 = \begin{cases} 1, & V < V_{KP}; \\ 0, & V \geq V_{KP}; \end{cases} \tag{11}$$

$$h_2 = \begin{cases} 1, & V \geq V_{KP}; \\ 0, & V < V_{KP}. \end{cases} \tag{12}$$

где h_1 и h_2 – сигналы «включения» подсистем ПС1 и ПС2 соответственно.

Рассмотрим, в какой мере описание объекта как системы с переменной структурой соответствует реальным физическим процессам. Изменения скорости перемещения объекта носят колебательный характер даже при $V_0 = \mathrm{const}$. Поэтому при моделировании объекта как системы с переменной структурой будем полагать, что передний фронт импульса формируется неустойчивым звеном с передаточной функцией (9), а задний фронт – устойчивым звеном с передаточной функцией (10). Логическая последовательность взаимодействия указанных звеньев, позволяющих смоделировать процесс движения объекта, адекватный реальному процессу, может быть реализована с помощью структуры, показанной на рис. 2.

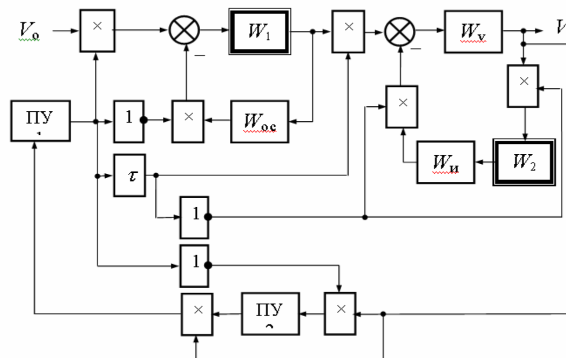


Рисунок 2 – Структурная схема объекта как системы с переменной структурой

Из рис. 2 следует, что скорость перемещения объекта формируется на выходе звена с передаточной функцией $W_v(s)$, равной

$$W_V(s) = \frac{k_V}{s}. \tag{13}$$

Требуемое переключение звеньев с передаточными функциями $W_1(s)$ и $W_2(s)$ осуществляется пороговым устройством ПУ1.

При $V < V_{кр}$ структура объекта имеет вид, показанный на рис. 3. Выбором величины коэффициента k_v обеспечивается формирование переднего фронта импульсов скорости.

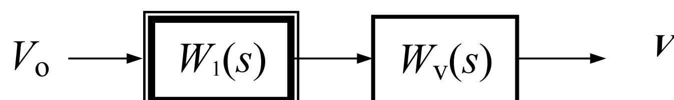


Рисунок 3 – Структурная схема объекта при $V < V_{кр}$

При $V \geq V_{кр}$ объект представляется в виде двух обособленных замкнутых контуров с отрицательной обратной связью и нулевым сигналом на входе (рис. 4).

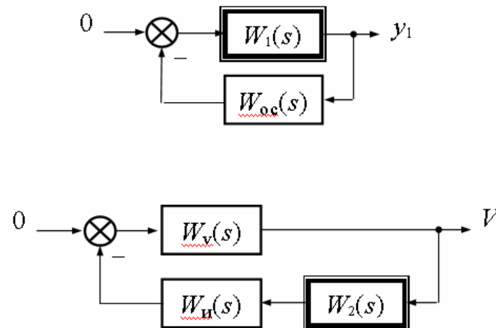


Рисунок 4 – Структурная схема объекта при $V \geq V_{кр}$

Верхний контур, показанный на рис. 4, предназначен для устойчивого обнуления выходного сигнала звена с передаточной функцией $W_1(s)$. Для этого в обратную связь включено звено с передаточной функцией $W_{oc}(s)$, равной

$$W_{OC}(s) = \frac{k_{OC} S}{T_{OC} S + 1}. \quad (14)$$

В таком случае характеристическое уравнение данного замкнутого контура имеет вид:

$$a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0, \quad (15)$$

где

$$\begin{cases} a_0 = T^2 T_{OC}; \\ a_1 = T^2 - 2\xi_1 T T_{OC}; \\ a_2 = T_{OC} - 2\xi_1 T + k_1 k_{OC}; \\ a_3 = 1. \end{cases} \quad (16)$$

Графики скорости движения объекта как системы с переменной структурой, представленные на рис. 5, показывают правомерность такого представления объекта.

$$\frac{C}{m} = 0{,}20 \qquad \frac{C}{m} = 0{,}05$$

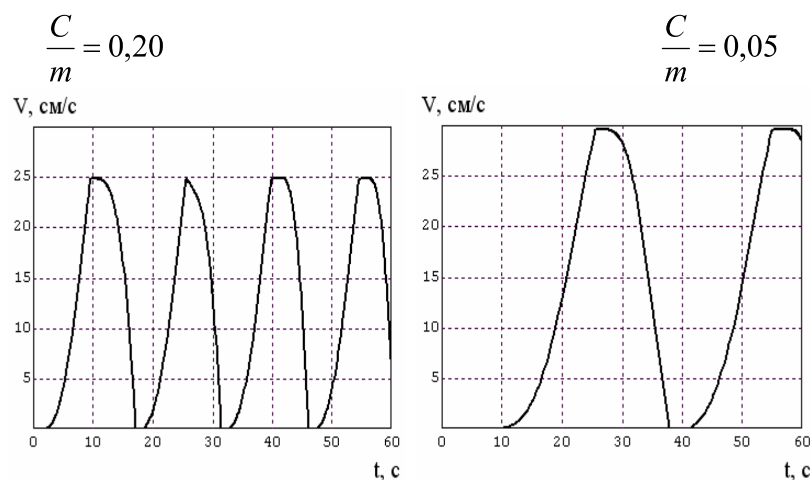


Рисунок 5 – Графики скорости движения объекта как системы с переменной структурой

Для формальной постановки решения и задачи стабилизации движения обратимся к рабочему режиму и определим, к какому классу систем со случайной структурой относится данная механическая система.

Согласно работе [4] в основу классификации систем со случайной структурой (ССС) положены следующие функции.

Во-первых, случайные моменты времени состояния системы ν_k, которые считают процессом, обладающим такими свойствами, при которых суммарный процесс x_t, объединяющий все $x_t^{(i)}$, где $I = \overline{1,S}$, является марковским со случайной структурой.

Во-вторых, функция поглощения $\nu_t^{(i)}(x^{(i)})$, которая определяет условия, в результате которых происходит изменение состояния системы. В зависимости от этих условий ССС и соответствующие им марковские процессы со случайной структурой подразделяются на системы с распределенными и сосредоточенными переходами.

Для систем с распределенными переходами функция поглощения задается выражением

$$\nu_t^{(i)}(x^{(i)}) = v_t^{(i)}(x^{(i)})\omega_t^{(i)}(x^{(i)}), \qquad (17)$$

где $v_t^{(i)}(x^{(i)})$ – интенсивность переходов, т.е. среднее число переходов в единицу времени. Эта интенсивность может зависеть от фазовых координат $x_t^{(i)}$, и тогда условия переходов называются зависимыми. Если $v_t^{(i)}$ зависит только от времени, то условия переходов будут независимыми.

В системах с сосредоточенными переходами изменение состояния происходит в том случае, когда процесс $x_t^{(i)}$ достигает границ некоторой области $\overline{\Gamma_t^{(i)}}$ в фазовом пространстве i-го состояния. Функция поглощения при сосредоточенных переходах определяется выражением

$$\nu_t^{(i)}(x^{(i)}) = (\overrightarrow{n_\Gamma^{(i)}}(x^{(i)})\overrightarrow{\pi_t^{(i)}}(x^{(i)}))\delta_\Gamma(x^{(i)}), \qquad (18)$$

где $\overrightarrow{n_\Gamma^{(i)}}$ – единичный вектор внешней нормали к гиперповерхности поглощения $\overline{\Gamma_t^{(i)}}$; внешние круглые скобки – символ скалярного произведения векторов; $\delta_\Gamma(x^{(i)})$ – дельта-функция относительно координат поверхности поглощения.

В-третьих, функция восстановления $u_t^{(i)}x_t^{(i)}$, которая определяет начальные условия, с которыми начинает функционировать система в очередном состоянии. Если начальные условия восстановления в новом состоянии зависят от конечных условий предыдущего состояния, то такие системы обладают связанными условиями восстановления. Если начальные условия не зависят от конечных условий предыдущего состояния, такие системы обладают несвязанными условиями восстановления.

$$u_t^{(i)}x_t^{(i)} = \sum_{j=1\neq i}^{S} u_t^{ji}(x^t), \qquad (19)$$

где $u_t^{ji}(x^i)$ – парциальные функции восстановления при переходе от j-го состояния к i-му. Для систем с распределенными переходами

$$u_t^{(ji)}(x^{(i)}) = \int v_t^{(ji)}(x^{(j)})\omega_t^{(j)}(x^{(j)})q_t^{(ji)}(x^{(i)}/x^{(j)})dx^{(j)}, \qquad (20)$$

где $q_t^{(ji)}(x^{(i)}/x^{(j)})$ – условная плотность вероятности восстановления координат $x^{(i)}$ относительно координат $x^{(j)}$ предыдущего состояния; $v_t^{ji}(x^{(j)})$ – интенсивности переходов из j-го состояния в i-е.

Сопоставив данную классификацию с приведенными выше моделями рассматриваемой механической системы, можно сделать вывод, что исследуемый объект стабилизации относится к ССС с сосредоточенными переходами и связанными условиями восстановления.

Литература

1. Резников В.А. Анализ нелинейных моделей механизмов подачи тяжелых угольных комбайнов / В.А. Резников // Горные, дорожные и строительные машины : респ. межвед. науч.-техн. сб. – К. : Вища школа, 1980. – Вып. 30. – С. 44-47.
2. Резников В.А. Стабилизация движения нелинейной исполнительной системы робота / В.А. Резников // Искусственный интеллект. – 2004. – № 1. – С. 75-83.
3. Емельянов С.В. Теория систем с переменной структурой / Емельянов С.В. – М. : Наука, 1970. – 592 с.
4. Артемьев В.М. Теория динамических систем со случайными изменениями структуры / Артемьев В.М. – Минск : Высшая школа, 1979. – 159 с.

М.Є. Попов

Стохастична модель системи переміщення робота

Розглянуто механічну частину системи переміщення робота зі стохастичною нелінійністю та пружними зв’язками, рух якої має пульсуючий характер. Показано можливість дослідження даної системи як об’єкта стабілізації з випадковою структурою.

M.E. Popov

Stochastic Model of the Movement System of the Robot

In this paper we consider the mechanical part of the movement system of the robot with stochastic non-linear and elastic connections which movement has a pulsating character is considered. It is shown the possibility to study this system as an object of stabilization with a random structure.

Статья поступила в редакцию 21.04.2010.